استفاده از رویکرد انتقادی در حل یک مسئله مدل‌سازی

بتول زندی گوهرریزی، کارشناس ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، مدرس خانه ریاضیات و مدارس کرمان
ابوالفضل رفیع‌پور، عضو هیئت علمی بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان

چکیده

هدف از آموزش ریاضی، تنها آموزش فرمول‌ها و قواعد صرف ریاضی نیست، بلکه یکی از اهداف آن، آموزش دانش‌آموزانی منتقد و شهروندانی متعهد است. به عبارت دیگر، شناخت نقش دانش‌آموزان در زندگی فردی، اجتماعی و فرهنگی، یکی از اهداف مدنظر است که تحقق آن، با ترغیب و تشویق دانش‌آموزان به بحث، گفت‌وگو، تفکر و نگاه منتقدانه نسبت به محیط پیرامونشان، قابل دستیابی است. در این میان، حمایت از تفکر انتقادی اهمیت ویژه‌ای دارد. در مدل‌سازی، دیدگاهی با عنوان اجتماعی- انتقادی وجود دارد که به وسیلهٔ آن، نقش مدل‌های ریاضی در جامعه نشان داده می‌شود. از این‌رو، مقاله حاضر پس از معرفی این دیدگاه، هشت تن از دانش‌آموزان یکی از مدارس راهنمایی دعوت به حل سؤالی شده‌اند که دارای مرجعی در واقعیت است، و از آنجا که وجود بحث‌های بازتابی بین دانش‌آموزان اهمیت ویژه‌ای دارد، مقاله بر روی این بحث‌ها متمرکز شده است.

کلیدواژه‌ها: ریاضیات واقعیت‌مدار، مدل‌سازی ریاضی، تفکر انتقادی، دیدگاه اجتماعی-انتقادی، بحث‌های بازتابی

مقدمه

افزایش بی‌رویهٔ تقاضای برق بنا به دلایلی از جمله رشد جمعیت، نامناسب بودن الگوی مصرف و اختلالات قیمتی ناشی از دخالت دولت در نظام قیمت‌گذاری و در نتیجه، افزایش روزافزون سهم انرژی‌های فسیلی در تأمین تقاضا، از ویژگی‌های بارز بخش برق ایران است (شریفی و همکاران، ۱۳۸۸). از طرفی، فناپذیری منابع تجدیدناپذیر و وقوف جهانیان بر آثار مخرب زیست‌محیطی مصرف سوخت‌های فسیلی نظیر گرمایش جهانی و آلودگی آب، هوا و خاک، به توسعهٔ بهره‌برداری از منابع تجدیدپذیر منجر شده است (زینل‌زاده و همکاران، ۱۳۹۱). در بین انرژی‌های تجدیدپذیر، می‌توان انرژی خورشیدی را به‌عنوان یک منبع بی‌پایان انرژی که حلال مشکلات بسیاری در زمینهٔ انرژی و محیط زیست است، نام برد. این انرژی هزاران بار بیشتر از آن مقداری که انسان نیاز دارد و مصرف می‌کند، به زمین می‌تابد. هم‌چنین، استفاده از این انرژی نگرانی‌های بشر را در مورد پایان‌پذیری، افزایش آلودگی‌های ناشی از تبدیل آن به انرژی‌های دیگر و مسائل نظیر آن، برطرف کرده است (خوش‌اخلاق و همکاران، ۱۳۸۴). از این رو، صفحات خورشیدی سال‌هاست که روی پشت‌بام منازل و به‌خصوص مراکز آموزشی و تحقیقی قرار گرفته‌اند تا سهمی هرچند اندک در تولید انرژی‌های پاک بر روی زمین داشته باشند.

با توجه به موقعیت بسیار مناسب و ویژهٔ جغرافیایی استان کرمان در بهره‌مندی از تابش نور خورشید، با تقریب تمام روزهای سال، امکان استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر در استان وجود دارد. لذا این استان دارای پتانسیل بالایی

برای اســـتفاده از انرژی خورشیدی اســـت. با توجه به آمار منتشر شده، کرمان ســـالانه با دارا بودن بیش از ۳۰۰ روز آفتابی و با برخورداری بیش از ۳۰۰۰ ساعت نور خورشید بـــه طور میانگین، یکی از مســـتعدترین مناطق ایران برای تولید انرژی خورشـــیدی است (اداره کل هواشناسی استان کرمان؛ سایت آمار ایران).

در همیـــن رابطـــه، پس از مشـــاهده مطلبی مبنی بر استفاده مدارس از انرژی خورشیدی در یکی از سایت‌های خبری، یک فعالیت مدل‌ســـازی ریاضی طراحی شد. متن خبر به شرح زیر است:

رئیس ادارهٔ بودجه آموزش‌وپرورش اســـتان کرمان در گفتگو با روزنامه محلی شـــرق، اعلام کرده اســـت: مدارس استان کرمان با اقدامات شایستهٔ شرکت توزیع نیروی برق اســـتان، برق مصرفی خود را از انرژی خورشیدی خواهند گرفت (خبرگزاری مهر).

هدف اصلی پژوهش حاضر، این بود که آیا دانش‌آموزان قادر به شناســـایی متغیرهای مصرف برق در مدارس خود هســـتند؟ آیا می‌توانند در این زمینـــه، بحث‌های بازتابی و انتقادی داشته باشـــند؟ آیا قادر به محاسبه میزان کمینه مصرف برق در مدرســـه خود هستند؟ آیا قدرت پیش‌بینی دارند؟

برای رســـیدن به این منظور، اطلاعات واقعیِ به دست آمـــده مربوط به بســـته‌های خورشـــیدی، کـــه از یکی از نمایندگی‌های فروش صفحات خورشیدی گرفته شده بود، در یک کاربرگ گذاشـــته شد و در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفت.

در مدل‌ســـازی، دیدگاهی با عنوان اجتماعی-انتقادی وجود دارد که به وســـیلهٔ آن، نقـــش مدل‌های ریاضی در جامعه نشان داده می‌شود (کیزر[1] و سریرامن[2]، ۲۰۰۶). این دیدگاه بر نقش ریاضـــی در جامعه و لزوم حمایت از تفکر انتقادی، و ماهیت مدل‌های ریاضی و عملکرد مدل‌ســـازی ریاضی در جامعه، تأکید می‌کند. از آنجا که این پژوهش، از دیدگاه اجتماعی-انتقادیِ معرفی شده توسط باربوسا[3] بهره می‌گیـــرد، در بخش بعد به‌طور مختصر، این دیدگاه، و ابزار تجزیه و تحلیل یافته‌ها معرفی می‌شود.

ادبیات پژوهشی

به گفته نیس[4]، بلوم[5] و گالبرایت[6] (۲۰۰۷)، قدمت توجه به کاربرد و مدل ســـازی در آموزش ریاضی، به درازای تاریخ تدریس ریاضی اســـت، به طوری که اگر کتاب‌های درسی عربی، هندی، چینی و مصری را بررســـی کنیم، مطالبی در مورد چگونگی پرداخت مالیات، اندازه‌گیری زمین، تجارت، ساخت تقویم، بنا کردن یک معبد، تقسیم ارث و مواردی از این دست را مشاهده می‌کنیم. از سال ۱۹۸۳، جامعه بین‌المللی معلمان مدل‌سازی و کاربردهای ریاضی (ICTMA)[7]، برای ترویج مدل‌ســـازی در مدارس و دانشگاه‌ها، کنفرانس‌های دوسالانه‌ای تشکیل می‌دهند. گفتنی است تا به حال، هفده دوره از این کنفرانس‌ها برگزار شده است.

در حال حاضـــر، تحقیقات آمـــوزش ریاضی در حوزه مدل‌سازی ریاضی فعال شده اســـت و در بسیاری از نقاط جهان در حال رشـــد است (ســـریرامن، کیزر و بلومهاج[8]، ۲۰۰۶). به ویژه اینکه مدل‌سازی ریاضی، یکی از کانون‌های آموزش ریاضی شـــده است (باربوسا، ۲۰۰۶). لینگ‌فجارد[9] (۲۰۰۶)، حوزه مدل‌سازی را چنان وسیع و گسترده توصیف می‌کند که نه تنها آن را نمی‌توان در یک مقاله یا از طریق خواندن یک کتاب درک کرد، بلکه مدعی اســـت که حتی خواندن کتاب‌های یک قفســـه هم برای فهمیدن آن، کافی نیست! علاوه بر این، کیزر و سریرامن (۲۰۰۶) در پژوهش دیگری نشـــان دادند که در بین رویکردهای مدل‌سازی در جهان، تنوع گســـترده‌ای وجود دارد و بر همین اساس، به طبقه‌بندی رویکردهای ارائه شده در این حوزه پرداختند.

یکی از دیدگاه‌هایی که در این طبقه‌بندی مطرح شده، اصطلاحاً اجتماعی- انتقادی نامیده می‌شـــود. این دیدگاه توسط باربوســـا (۲۰۰۳، ۲۰۰۶، ۲۰۰۷، ۲۰۰۹، ۲۰۱۳)، توصیف شـــده و به ابعاد اجتماعی و فرهنگی ریاضی اشاره دارد، و به حوزه ریاضیات قومی که دی‌امبروسیا[10] (۱۹۹۹) آن را ترویج کرده، نزدیک است (کیزر و سریرامن، ۲۰۰۶). ایـــن دیدگاه بر نقش ریاضیـــات در جامعه، لزوم حمایت از تفکر انتقادی، نقـــش و ماهیت مدل‌های ریاضی و عملکرد مدل‌ســـازی ریاضی در جامعه تأکید می‌کنـــد. این تأکید مربوط به این ایده است که آموزش ریاضی، باید سعی کند تا دانش‌آموزانی منتقد و شهروندانی متعهد را آموزش دهد. باربوســـا در این مقالات، بر نیاز به ترویج آموزش انتقادی از طریق مدل‌ســـازی ریاضی تأکید می‌ورزد و از آن، با عنوان «مدل‌سازی به عنوان منتقد» یاد می‌کند.

بـــه گفته گویا (۱۳۷۵)، قـــرن فراصنعتی که به تعبیر الوین تافلر، قرن دانایی نامیده می‌شـــود، انتظارات جدیدی از ریاضیـــات به وجود آورده اســـت. در ایـــن عصر، پرورش روحیـــهٔ علمی، تفکر انتقادی و بازتابـــی و توانایی، بیش از بازوهای ستبر و سینه‌های فراخ اهمیت دارد. یعنی جامعهٔ ما به شـــهروندانی نیازمند است که بتوانند خوب فکر کرده و تصمیم درست بگیرند. در اصول و استانداردهای شورای ملی معلمان ریاضـــی (NCTM[11]، ۲۰۰۰) بارها به نقش ریاضیات در تربیت شهروندانی اشاره شده که هوشمند بوده و توانایی قضاوت راجع به ادعاها، یافتن سفسطه‌ها و ارزیابی خطرها را داشته باشند.

در مدل‌سازی، دیدگاهی با عنوان اجتماعی-انتقادی وجود دارد که به وسیلهٔ آن، نقش مدل‌های ریاضی در جامعه نشان داده می‌شود (کیزر و سریرامن، ۲۰۰۶). این دیدگاه بر نقش ریاضی در جامعه و لزوم حمایت از تفکر انتقادی، و ماهیت مدل‌های ریاضی و عملکرد مدل‌سازی ریاضی در جامعه، تأکید می‌کند

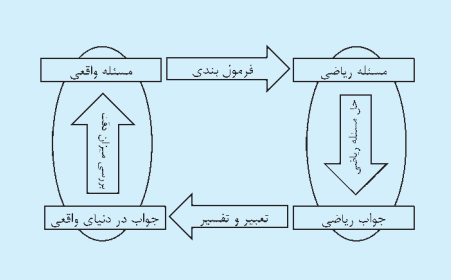
با توجه به آنچه بیان شد، در این دیدگاه از مدل‌سازی، دانش‌آموزان به حل یک سؤال یا بررسی موقعیتی که دارای مرجعی در واقعیت است، دعوت می‌شوند. در این فعالیت‌ها، دانش‌آموزان هیچ استراتژی و طرح آماده‌ای ندارند. بر اساس این دیدگاه، دامنهٔ مدل‌سازی به‌عنوان یک محیط یادگیری که در آن، دانش‌آموزان به حل و بررسی مسئله واقعی از طریق ریاضیات دعوت می‌شوند، مشخص می‌شود.

در همین رابطه، طراحی فعالیت مدل‌سازی اهمیت ویژه‌ای دارد. اصلی‌ترین نکته‌ای که در رابطه با فعالیت‌های مدل‌سازی وجود دارد، این است که برخاسته از دنیای واقعی باشند. به عبارت دیگر، هسته اصلی فعالیت‌های مدل‌سازی، فرایند انتقال بین دنیای واقعی و دنیای ریاضی است. (گالبرایت، ۲۰۰۷). استفاده از مسائل دنیای واقعی در ایجاد یک احساس مثبت و کارآمد نسبت به ریاضی، مؤثر بوده و هم‌چنین، ابزاری اثربخش برای تفکر انتقادی به شمار می‌رود (گریر، فرشافل و موخاپدیا[۱۲]، ۲۰۰۷). باربوسا (۲۰۰۳، ۲۰۰۶) در یک جمع‌بندی کلی، ویژگی‌های اصلی فعالیت‌های مدل‌سازی را به شرح زیر مشخص می‌کند:

- یک مسئله (نه یک تمرین) برای دانش‌آموزان است؛
- از زندگی روزمره یا علوم دیگری که ریاضیات محض نیست، استخراج می‌شود؛
- دارای مرجعی در واقعیت است، اگرچه این فعالیت را می‌توان به‌گونه‌ای شبیه‌سازی کرد که منجر به بحث‌های غنی و مفید برای یادگیری ریاضی شود؛
- فرصتی برای دانش‌آموزان در ایجاد و طرح سؤال، جست‌وجو برای اطلاعات و سازماندهی آن‌ها مهارت‌آموزی، آزمایش‌کردن و تجدید نظر در سازمان‌دهی اطلاعات را فراهم کند؛
- دانش‌آموزان را به استفاده از ایده‌های ریاضی، مفاهیم و الگوریتم‌ها و فرآیندی که دانش جدیدی از آن به دست آید، دعوت کند.

نکته دیگر در این رابطه، چگونگی تجزیه و تحلیل فعالیت‌های مدل‌سازی است. در بخش قابل توجهی از ادبیات پژوهشی مدل‌سازی، از چرخه مدل‌سازی به‌عنوان یک پارامتر برای تجزیه و تحلیل فعالیت‌های مدل‌سازی دانش‌آموزان استفاده شده است. بنا به دیدگاه و اهداف مختلف، می‌توان چرخه‌های مدل‌سازی متفاوتی را در ادبیات پژوهشی پیدا کرد (برومو فری[۱۳]، ۲۰۰۶). در ساده‌ترین نوع‌های آن (شکل ۱)، فرایند مدل‌سازی با یک مسئله که در موقعیت دنیای واقعی قرار دارد، شروع شده و سپس با صورت‌بندی مسئله دنیای واقعی و تبدیل آن به یک مسئله دنیای ریاضی، آن مسئله در دنیای ریاضی حل می‌شود. در نهایت این جواب، باید به دنیای واقعی برده شود تا با زمینهٔ واقعی مسئله متناسب گردد (فرشافل، ۲۰۰۲). بر اساس این تجزیه و تحلیل، افراد می‌بایست چرخه مدل‌سازی را به طور کامل طی کنند تا مسئله مورد نظر را به درستی مدل‌سازی کنند.

با این حال، شواهد در برخی از این مطالعات نشان می‌دهد که چرخه‌های مدل‌سازی ممکن است برای توصیف اقدامات دانش‌آموزان نامناسب باشند. بر همین اساس، برومو فری (۲۰۰۶) نتیجه می‌گیرد که تمایز بین مراحل مدل‌سازی، از جنبهٔ نظری است و تمایز بین آن‌ها از لحاظ تجربی، دشوار است. علاوه بر این، عوامل بسیاری ممکن است در این مراحل پدیدار شود که توسط چرخه‌های مدل‌سازی، قابل توصیف نباشند. ناسازگاری با رویکرد چرخه مدل‌سازی، در نتیجهٔ کمبود مهارت دانش‌آموزان نیست، بلکه به علت استفاده از یک زاویهٔدید (لنز) نامناسب برای بررسی عملکردشان است (باربوسا ۲۰۰۷).



شکل ۱: چرخه مدل‌سازی (ورشافل، ۲۰۰۲)

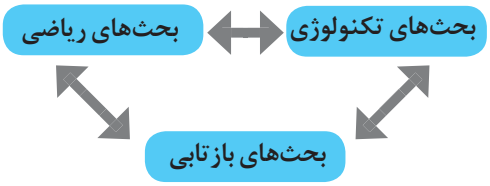
بنابر آنچه بیان شد، چرخه‌های مدل‌سازی از بسیاری از ابعاد چشم‌پوشی می‌کنند و به همین لحاظ، برای مدل‌سازی انتقادی، ابزار تجزیه و تحلیل مناسبی به شمار نمی‌روند. بنا به توصیهٔ باربوسا (۲۰۰۶)، برای درک جنبه‌های شناخت دانش‌آموزان در مدل‌سازی، به بحث‌های کلامی آن‌ها در یک فضای تعاملی توجه می‌شود. باربوسا (۲۰۰۶)، انواع بحث‌های دانش‌آموزان را در حین یک حل مسئله مدل‌سازی، به شرح زیر پیشنهاد می‌کند (شکل ۲).

- ریاضی: که به ایده‌های مربوط به حوزهٔ ریاضیات محض اشاره دارد؛
- تکنولوژی: به تکنیک‌های ساخت مدل ریاضی اشاره دارد؛
- بازتابی؛ به ماهیت مدل ریاضی و معیارهای استفاده شده در تبیین مدل و نتایج آن اشاره دارد.

جایگاه این بحث‌ها در تشکیلات فعالیت‌های مدل‌سازی در مدرسه، با توجه به وزنی که توسط معلم به آن‌ها نسبت می‌دهد، تغییر می‌کند. باید اجازه داده شود دانش‌آموزان انواع مختلف بحث‌ها مانند ریاضی، تکنولوژی و بازتابی را توسعه دهند، که مورد آخری، برای توسعهٔ تفکر انتقادی ضروری است. بنابراین، بحث‌های بازتابی بین دانش‌آموزان،

ناسازگاری با رویکرد چرخه مدل‌سازی، در نتیجهٔ کمبود مهارت دانش‌آموزان نیست، بلکه به علت استفاده از یک زاویهٔ‌دید (لنز) نامناسب برای بررسی عملکردشان است (باربوسا ۲۰۰۷)

به‌عنوان بخش ضروری فرایند مدل‌سازی دیده می‌شود. از این رو مفاهیم بحث‌های ریاضی، تکنولوژی و بازتابی، روش قدرتمندی را برای توصیف عمل دانش‌آموزان، فراهم می‌کند.



روش‌شناسی

از هشت تن از دانش‌آموزان دختر ۱۳ و ۱۴ سالهٔ یکی از مدارس راهنمایی شهر کرمان خواسته شد به طور گروهی، بستهٔ خورشیدی متناسب با مدرسه خود را با توجه به اطلاعات داده شده توسط یکی از نمایندگی‌های فروش صفحات خورشیدی، انتخاب کنند. اطلاعات مربوط به این بسته‌های خورشیدی، در جدول ۱ آمده است.

شرکت‌کنندگان در این پژوهش، ساکن یکی از محله‌های واقع در مرکز شهر کرمان بودند و در یک مدرسه راهنمایی دولتی که در آن محله قرار داشت، مشغول به تحصیل بودند. پژوهش انجام شده از نوع کیفی بود و بر انواع بحث‌های تولید شده توسط دانش‌آموزان، متمرکز بود. داده‌های این پژوهش، به صورت تصویری و کلامی جمع‌آوری شد و نتایج به‌صورت تفسیری ارائه می‌شود. منابع جمع‌آوری داده‌ها شامل ضبط دیداری و شنیداری، برگه‌های دانش‌آموزان و یادداشت‌های میدانی است. انجام این فعالیت ۶۰ دقیقه به طول انجامید.

جدول۱: میزان برق تولیدی و هزینهٔ بسته‌های خورشیدی

میزان تولید بستهٔ خورشیدی در روز (وات)	قیمت(تومان)
۵۰۰	۴۰۰۰۰۰
۱۰۰۰	۸۰۰۰۰۰
۱۵۰۰	۱۳۰۰۰۰۰
۲۰۰۰	۱۹۰۰۰۰۰
۲۵۰۰	۳۰۰۰۰۰۰
۶۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰
۸۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰

یافته‌ها

این مسئله مربوط به دنیای واقعی و زندگی روزمره دانش‌آموزان بود. مدرسه‌ای که پژوهش در آن انجام شد، مدرسه‌ای است که دانش‌آموزان در آنجا تحصیل می‌کردند. این موقعیت برای آن‌ها جالب بود و در طول انجام پژوهش، بارها توسط دانش‌آموزان، بیان شد و انگیزه‌ای برای ادامه کار آن‌ها محسوب می‌شد. از طرفی بر اساس ویژگی‌های فعالیت مدل‌سازی مطرح شده توسط باربوسا (۲۰۰۳، ۲۰۰۶)، این فعالیت، یک مسئله مدل‌سازی است. علاوه بر این، فعالیت مطرح شده در بالا، بدون ویژگی‌های مصنوعی یا ریاضی محض است، از این رو می‌تواند برای دانش‌آموزان جذاب باشد، زیرا آن‌ها بیش از دیگران، به سمت مدل‌های حقیقی جذب می‌شوند (لینگ فجارد، ۲۰۰۶).

دانش‌آموزان، گروه‌بندی شده و به دو گروه ۴ نفری تقسیم شدند. در گروه‌ها، ایده‌های خود را مطرح کرده و برای رسیدن به توافق در مورد انتخاب مناسب‌ترین بستهٔ خورشیدی، به بحث و گفت‌وگو پرداختند. آن‌ها می‌بایست پس از شناسایی متغیرهای مصرف برق در مدرسهٔ خود، میزان برق مصرفی روزانه را محاسبه کرده و با استفاده از آن، گزینهٔ مورد نظر را انتخاب کنند. با مشاهدهٔ فعالیت گروه‌ها، به نظر می‌رسید آن‌ها در انجام این مهم ناکام هستند و برای ادامه کار و در نظر گرفتن فرضیه‌های مسئله، نیاز به حمایت دارند. اندرسون (۲۰۱۰) نیز به بحث حمایت از دانش‌آموزان اشاره کرده و متذکر شده که هنگام طراحی فعالیت مدل‌سازی، باید به این نکته توجه کرد که در فعالیت مورد نظر، دانش‌آموزان در ابتدای کار به چه حمایت‌هایی نیاز دارند.

بعد از شناسایی وسایل برقی مورد استفاده در مدرسه توسط دانش‌آموزان که متغیرهای پژوهش بودند اطلاعاتی راجع به میزان مصرف هریک از وسایل، در اختیار آن‌ها قرار داده شد. در این میان یکی از گروه‌ها، برخی از متغیرهای کم اهمیت مانند میزان مصرف انرژی الکتریکی پنکه‌سقفی را نادیده گرفته و از آن‌ها صرف‌نظر کرد. در نهایت، دانش‌آموزان موفق به محاسبه میزان مصرف برق روزانه در مدرسه شدند.

برای آن‌ها، مصرف بالای روزانه برق در مدرسه، بسیار شگفت‌انگیز بود. حتی در مواردی احساس می‌کردند که در محاسبات، دچار اشتباه شدند و مجدداً محاسبات خود را کنترل می‌کردند. در نهایت، بعد از اینکه دانش‌آموزان اطمینان پیدا کردند که محاسباتشان صحیح است، برای این مصرف بالا، ابراز تأسف کردند. اکنون محقق می‌توانست از آن‌ها بخواهد که بر روی این سؤال خاص متمرکز شوند که برای کاهش این مصرف بالا، چه پیشنهادهایی دارند؟

جدول ۲: محاسبات انجام شده توسط یکی از گروه‌ها

میزان مصرف هر یک از اقلام مصرفی در مدرسه		محاسبه مصرف هر یک از اقلام در ۷ ساعت	
لامپ مهتابی	۵۰W	روشنایی دفاتر مدرسه	۵۰×۷=۳۵۰
لامپ رشته‌ای	۲۰۰ W	روشنایی کلاس	۲۰۰×۷=۱۴۰۰و۱۴۰۰×۷=۹۸۰۰
تخته هوشمند	۲ W	مصرف تخته هوشمند	۲×۷=۱۴و۱۴×۳=۴۲
پروژکتور	۲۳۰ W	مصرف پروژکتور	۲۳۰×۷=۱۶۱۰و۱۶۱۰×۳=۴۸۳۰
مانیتور	۱۲۰ W	مصرف مانیتور	۱۲۰×۷=۸۴۰و۸۴۰×۵=۴۲۰۰
پنکه سقفی	۱۰۰ W	مصرف پنکه سقفی	۰
کیس کامپیوتر	۱۵۰ W	مصرف کیس	۱۵۰×۷=۴۵۰و۴۵۰×۸=۸۴۰۰
مجموع مصرف در یک روز: ۲۷۶۲۲ W			

به عبارت دیگر، در این قسمت از پژوهش، از دانش‌آموزان خواسته شد تا با نگاهی بازتابی به این مسئله بنگرند. از آنجا که بحث‌های بازتابی جزء ضروری دیدگاه اجتماعی-انتقادی به شمار می‌روند، می‌توان این مرحله را نقطه شروع بحث‌های بازتابی آن‌ها دانست. مجدداً آن‌ها دست به کار شدند و با محاسبات ریاضی و کاهش دادن مصرف بعضی از متغیرها، کمینه میزان مصرف را محاسبه کردند. در این زمینه پیشنهادهای جالب توجهی توسط دانش‌آموزان مطرح شد که بخشی از آن‌ها، در زیر آورده شده است:

- از لامپ‌های کم مصرف استفاده شود، زیرا لامپ‌های رشته‌ای، مصرف بالایی دارند؛
- در بسیاری از کلاس‌ها از نور خورشید به‌عنوان روشنایی استفاده شود؛
- بسیاری از وسایل حتی در زمان خاموشی موقت[۱۴] هم، انرژی الکتریکی استفاده می‌کنند. پس بهتر است در زمانی که از آن‌ها استفاده نمی‌شود (زنگ تفریح، موقع نماز و نظایر آن) به طور کامل از سیستم برق‌رسانی، حذف شوند؛
- مسئولان، قیمت برق را افزایش و به جای آن، قیمت صفحات خورشیدی را کاهش دهند تا مردم برای استفاده از انرژی خورشیدی، ترغیب شوند؛
- هنگام خرید وسایل خانگی، به میزان برق مصرفی آن‌ها توجه کنیم و اقلام پرمصرف را خریداری نکنیم.

در ادامه، از دانش‌آموزان خواسته شد پیش‌بینی کنند که در صورت خرید بسته ۸۰۰۰ واتی برای مدرسه، چه مدتی طول می‌کشد تا سرمایه‌ای که برای خرید بسته خورشیدی هزینه کردیم، برگردد؟ متأسفانه با اینکه میزان هزینه، مصوب برای مصرف هر ساعت داده شده بود، ولی آن‌ها، تنها بر پایه حدس و بدون به‌کارگیری استراتژی خاصی، مقدار هزینه را به عدد گفتند و تلاشی برای ساختن یک استدلال ریاضی‌وار نکردند. در صورتی که این قسمت مسئله، مستلزم در نظر گرفتن حالت‌های متعدد بود (هزینه برق مصرفی در ایران به صورت پله‌ای محاسبه می‌شود) و زمان زیادی را می‌طلبید. بدین ترتیب، پاسخ دانش‌آموزان قانع‌کننده نبود.

بحث و نتیجه‌گیری

در این فعالیت، دانش‌آموزان فرصت پیدا کردند تا متغیرهای مصرف برق را در مدرسه خود، شناسایی کرده و راجع به آن بحث کنند. دانش آموزان نتایج مختلف ریاضی را ارائه کردند و در این زمینه، بحث‌های بازتابی پرچالشی داشتند. آنان در مورد حالت‌های مختلف بحث کردند یا مدل‌های ریاضی مختلفی را تبیین کرده و در مورد آن، تصمیم‌گیری کردند.

این پژوهش نشان داد که چنانچه مسئله‌ای واقعی به دانش‌آموزان داده شود، آن‌ها می‌توانند از طریق بحث و گفت‌وگو با یکدیگر، به آگاهی مطلوبی از بعد اجتماعی، اقتصادی، فرهنگی و سیاسی نیز دست یابند و نگاه نقادانه‌ای به مسائل داشته باشند. مطرح کردن چنین سؤال‌هایی در کلاس درس ریاضی، باعث می‌شود که نگاه دانش‌آموزان به ریاضی تغییر کرده و آن را درسی بی‌فایده و غیرکاربردی تلقی نکنند. هم‌چنین، در خلال آموزش مفاهیم و فرمول‌های ریاضی، مفاهیم کاربردی و قابل لمسی را با هم تجربه کنند که در حال حاضر، با آن‌ها مواجه‌اند یا در آینده با آن‌ها سروکار خواهند داشت. به این‌ترتیب، دانش‌آموزان تلفیق بین ریاضی و این مفاهیم کاربردی را بهتر درک خواهند کرد.

در این مطالعه، مشاهده شد که دانش‌آموزان در بخش آخر این فعالیت که قرار بود «پیش‌بینی» کنند، نتوانستند یک استدلال ریاضی‌وار ارائه نمایند. شاید بتوان این امر را چنین توجیه کرد که دانش‌آموزان بر این باورند که این‌گونه مسائل، با استدلال ریاضی‌وار قابل حل نیست و مسئله با حل ریاضی وار آن، به جواب نمی‌رسد. این قسمت از پژوهش، همسو با یافته‌های احمدی و رفیع‌پور (۱۳۹۲) بود که در آن دریافتند که دانش‌آموزان از در نظر گرفتن حالت‌های مختلف امتناع می‌کنند. در عین حال، شونفیلد (۱۹۹۱) معتقد است که بسیاری از دانش‌آموزانی که تجربهٔ آن‌ها فقط در انجام تمرین‌های معمولی بوده است، توقع دارند که مسئله را تنها در چند دقیقه حل نمایند. این‌گونه افراد هنگام مواجهه با مسائل طولانی، به سادگی آن را کنار می‌گذارند و آن را غیر قابل حل می‌دانند.

بنوتو[۱۵] (۲۰۰۷) معتقد است که غوطه‌ور شدن دانش‌آموزان در موقعیت‌هایی که با تجربهٔ آن‌ها رابطه مستقیم

بنوتو (۲۰۰۷) معتقد است که غوطه‌ور شدن دانش‌آموزان در موقعیت‌هایی که با تجربهٔ آن‌ها رابطه مستقیم و سازگاری بیشتری دارد، اجازه می‌دهد که درک بیش‌تر و عمیق‌تری از وسعت و سودمندی ریاضی داشته باشند

و سازگاری بیشـــتری دارد، اجازه می‌دهد که درک بیش‌تر و عمیق‌تری از وسعت و سودمندی ریاضی داشته باشند. از این رو پیشنهاد می‌شود در کتاب‌های درسی ریاضی و کلاس‌های درس ریاضـــی، از این‌گونه فعالیت‌ها برای بالا بردن آگاهی و توســـعه تفکر انتقادی در دانش‌آموزان، بیشتر استفاده شود. این مطلب، مســـتلزم آموزش معلمانی اســـت که با این نوع فعالیت‌ها آشنایی دارند و قادرند آن‌ها را در کلاس درس، اجرا کنند. پیامد این امر آن اســـت که دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که همیشه به آنچه که می‌آموزند و نیز به آنچه در اطرافشان می‌گذرد، با دیدی انتقادی و موشکافانه نگاه کنند و سؤال‌های خود را طرح کرده و بکوشند جوابی مناسب برایشان بیابند.

پی‌نوشت‌ها

1. Kaiser
2. Sriraman
3. Barbosa
4. Niss
5. Blum
6. Galbraith
7. International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA)
8. Blomhøj
9. Lingefjärd
10. D'Ambrosio
11. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
12. Greer, Verschaffel, Mukhopadhyay
13. Borromeo Ferri
14.Standby
15. Bonotto

منابع

۱. احمدی، حمیده؛ و رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۲). ریاضیات و تلفن همـــراه. **مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۱۱۲. صص ۲۱-۱۶. دفتر انتشـــارات کمک‌آموزشـــی، وزارت آموزش‌وپرورش. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی درسی.

۲. خوش‌اخلاق، رحمان؛ شـــریفی، علیمراد؛ و کوچک‌زاده، میثم. (۱۳۸۴). ارزیابی اقتصادی استفاده از انرژی خورشیدی در مقایسه با نیروگاه دیزلی. **فصل‌نامه پژوهش‌های اقتصادی ایران**، سال هفتم، شماره ۲۴، صص ۱۷۱-۱۹۲.

۳. زینـــل‌زاده، رضا، صادقی، زین‌العابدیـــن، دهقان‌پور، محمدرضا، و قائدی، مهـــدی. (۱۳۹۱). ارزیابی اقتصادی و زیســـت محیطی سیستم های فتوولتاییک: مطالعه موردی منطقه جنوب شرق ایران. **فصل‌نامه مطالعات اقتصاد انرژی**. ســـال نهم. شماره ۳۳. صص ۱۱۵-۱۴۹

۴. شـــریفی، علی‌مراد؛ آقایی کیومرث؛ صادقی‌شـــاهدانی، مهدی؛ دلالی‌اصفهانی، رحیم؛ و شـــوال‌پورآرانی، ســـعید. (۱۳۸۸). تأثیر یادگیری فنی بر توسعه فناوری‌های انرژی‌های تجدیدپذیر در بخش برق ایران در شـــرایط اختلالات قیمـــت انرژی. **مطالعات اقتصاد انرژی**، دوره ۶، شماره ۲۱، صص ۱۳۷-۱۶۰.

۵. شـــونفیلد، ای. اچ. (۱۹۹۱). فراشناخت و ریاضیات. **مجله رشد آموزش ریاضی**. شـــماره ۵۵. صص ۸-۴. دفتر انتشـــارات کمک آموزشـــی، وزارت آموزش‌وپرورش. ســـازمان پژوهش و برنامه‌ریزی درسی.

۶. گویا، زهرا. (۱۳۷۵). ضرورت تغییر برنامه درســـی. **مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۴۶. صص ۱۲-۸. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، وزارت آموزش‌وپرورش. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی درسی.

7. Anderson, L. (2010). Collaborative Problem Solving as Modeling in the Primary Years of Schooling. IN B. KAUR and J. Dindyal (Eds), Mathematical applications and modeling (PP. 78-93). Singapore.

8. Barbosa, J. C. (2003). What is mathematical modelling? In S. J. Lamon, W. A. Parder &. K. Houston (Eds.), Mathematical modelling: a way of life (pp. 227-234). Chichester: Ellis Horwood.

9. Barbosa, J. C. (2006). Mathematical Modelling in classroom: a critical and discursive perspective. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(3), 293-301.

10. Barbosa, J. C. (2007). Mathematical modelling and parallel discussions. In 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Larnaca (Cyprus).

11. Barbosa, J. C. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics, 133- 143.

12. Barbosa, J. C. (2013). The Students' Discussions in the Modeling Environment. In Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies (pp. 365-372). Springer Netherlands.

13. Bonotto, C. (2007). How to replace word problems with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn and M. Niss (Eds.), Modelling and applications in mathematics education, the 14th ICMI Study (pp. 185-192). Springer Us.

14. Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2), 86-95.

15. Galbraith, P. (2007). Beyond the low handing fruit. Modelling and applications in primary education. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn and M. Niss (Eds.), Modelling and applications in mathematics education, the 14th ICMI Study (pp. 79-88). New York: Springer.

16. Greer, B. Verschaffel, L. & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn and M. Niss (Eds.), Modeling and applications in mathematics education, 14th ICMI Study (pp. 89-98). New York: Springer.

17.http://www.amar.org.ir/Default.aspx?tabid=115&agentType=View&PropertyID=863. Retrieved 16 February 2013.

18. http://www.mehrnews.com/detail/News/2183003. Retrieved 9 February 2013.

19. Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(3), 302-310.

20. Lingefjärd, T. (2006). Faces of mahtematical modeling. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2), 96-112.

21. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. NCTM-2000.

22. Niss, M., Blum, W., and Galbrith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P.L. Galbrith, H, Henn and M. Niss, (Eds.), Modelling and applications in mathematics education, the 14th ICMI Study (pp. 3-32). New York: Springer

23. Sriraman, B. Kaiser, G. & Blomhøj, M. (2006). A brief survey of the state of mathematical modeling around the world. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 212-213.

24. Verschaffel, L. (2002). Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: Promises and pitfalls. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceeding of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 64-80). Norwich, England University of East Anglia.